

Предмет	Математика (профильный уровень), ЕГЭ 2023
Задание №	16
Тема	Планиметрическая задача с развернутым ответом
Уровень сложности	Повышенный

Планиметрическая задача с развёрнутым ответом, предлагаемая на профильном ЕГЭ по математике (№ 16), состоит из двух взаимосвязанных задач: пункт *а* предполагает доказательство некоторого утверждения, которое может пригодиться для нахождения значений требуемой величины в пункте *б*. Опорный факт из пункта *а* можно использовать в пункте *б* даже в том случае, если он ещё не доказан.

Пример 1. Точка *O* – центр вписанной в треугольник *ABC* окружности. Прямая *BO* вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке *P*.

а) Докажите, что  $\angle POС = \angle PCO$ .

б) Найдите площадь треугольника *OPC*, если радиус описанной около треугольника *ABC* окружности равен 8,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $\angle BAC = 15^\circ$ .

Решение: б)  $\angle POС = \angle PCO$ , следовательно, треугольник *OPC* – равнобедренный (рис. 1). *BP* проходит через центр вписанной в треугольник *ABC* окружности, значит, *BP* – биссектриса  $\angle CBA$ . Тогда  $\angle CBP = 30^\circ$ . Треугольник *BCP* вписан в окружность с радиусом 8, следовательно, по теореме синусов  $\frac{CP}{\sin 30^\circ} = 16$ . Откуда  $CP = 8$ . Углы  $\angle CPB$  и  $\angle CAB$  вписаны в окружность и опираются на одну дугу, следовательно, они равны. Тогда  $S_{\triangle PCO} = \frac{1}{2} \cdot 8^2 \cdot \sin 15^\circ = 16\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ .

### Важно помнить!

1. Чертёж к условию задачи не должен обладать особенностями, которые не описаны в её условии. Чертёж является частью решения.

Так, в условии задачи из примера 1 речь идёт о произвольном треугольнике, следовательно, его нельзя изображать как равносторонний. В равностороннем треугольнике центры вписанной и описанной окружностей совпадают. Есть опасность использовать это особенное свойство и представить решение, справедливое только для этого частного случая.

2. Если факт равенства величин ещё не доказан, не отмечайте эти величины как равные на чертеже, так как есть опасность «логического круга», доказательства факта с опорой на самого себя.

3. Нельзя использовать при решении пункта *а* те данные, которые включены только в пункт *б*, в противном случае решение будет представлено только для частного случая.

4. Доказательство в пункте *а* должно представлять собой цепочку выводов, опирающихся на известные геометрические факты.

5. Несмотря на то, что пункт *б* планиметрической задачи представляет собой задачу на вычисление, в описании хода решения должны быть доказаны все ключевые моменты. В приведённом выше решении пункта *б* из задачи 1 ключевыми моментами являются: 1) обоснование равенства  $\angle CBP$  половине данного  $\angle CBA$ ; 2) обоснование применимости теоремы синусов; 3) обоснование равенства углов  $\angle CPB$  и  $\angle CAB$ .

6. Решение планиметрической задачи часто требует введения дополнительных построений. Они могут быть использованы для нахождения дополнительных взаимосвязей между данными и искомыми задачи.

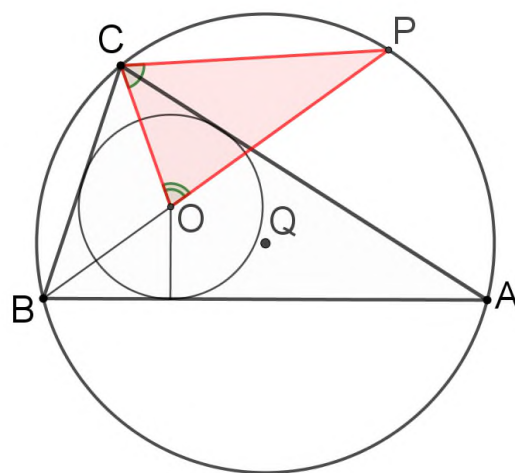


Рис. 1.